Nonlinear Inventory Dynamics in a Macro Disequilibrium Economy(マクロ不均衡経済における非線形在庫動学)

松　本　昭　夫

学位の種類　博　士（経済学）

学位記番号　経　第　73　号

学位授与年月日　平成10年6月18日

学位授与の要件　学位規則第4条第2項該当

学位論文題目　Nonlinear Inventory Dynamics in a Macro Disequilibrium Economy
（マクロ不均衡経済における非線形在庫動学）

論文審査委員　（主査）
教　授　堀　　　元　　助教授　尾　崎　裕　之

論　文　内　容　要　旨

本研究の主要内容は、現代の理論経済学の枢要な一分野とみなされている経済動学について、近年発展しつつある非線形動学理論を援用し、必ずしも安定的でない経済における変動を分析したものである。本研究は、1970年代の初期に所謂ケインズ流のマクロ経済学とアロー・デブリュー流の一般均衡理論体系に基づくミクロ経済学の融合を目的とした「不均衡理論」の動学的展開を企図したものであるが、同時に一般均衡モデルの安定性分析の拡張の方向性を示唆したものともなっている。

本研究は全9章より成り、以下の様な構成をもつ。第一章は序説であり、本研究の目的を述べ、基本モデルの構築が行われる。このモデルは一次元あるいは二次元の動学システムに集約されうる単純化されたものを使うが、非線形動学の本質的な要素は含まれていると考えられる。以下第二章から第四章までが基本モデルに沿って、メッツラー型の線形在庫循環モデルから最近の内生的非線在庫循環をふくむこの分野で蓄積された研究文献の簡単な整理を施している。後半第五章から第八章は、申請者がこの在庫循環モデルに様々な角度から拡張および深化を論じたものであり、第九章がまとめとなっている。この研究の独自性をあえて列挙すれば、つぎのとおりである。

(1) 生産者の動学的最適化行動をメッツラー型のマクロ在庫循環モデルに組み込み、そのミクロ的な基礎を提示し、生産者の合理的な行動の結果として在庫循環が引き起こされることを示したこと。

(2) 時系列データに観察される在庫の不規則・非対称的な変動をカオスを含む非線形動学により記述し、内生的な変動として議論をしていること。

(3) 収束も発散もしない持続的な在庫変動は財市場において需要と供給の不均衡状態が長期化していることを意味している。ここでは、不均衡市場において各経済主体が実現する利潤、効用の長期的な平均が均衡点で得られる均衡利潤、均衡効用などと比べて必ずしも低くはないことを示し、カオス的変動のひとつの「経済学的な解釈」を提示したこと。

基本モデルは代表的な生産者と消費者の二人の経済主体と財・労働・貨幣の三財よりなる簡素化された構成をもつ。貨幣経済を想定するので財の交換は労働市場、財市場を通じてなされる。消費者の行動方程式は

$$\begin{cases} S(Q) = a + cQ, \\ L^s = \overline{L}. \end{cases}$$

第一式は線形のケインズ型消費関数では生産、c は限界消費性向、a は基礎消費を意味する。第二式は労働供給関数で、分析は短期であることから単純化の為に定数と想定されている。他方生産者の行動方程式は

$$\begin{cases} Q = Q\ (V, S^e), \\ L^d = \phi^{-1}(Q(V, S^e)), \\ V^d = f(S^e). \end{cases}$$

V を在庫保有量、S^e を期待販売（需要）とすれば、第一式は生産がこれらの変数に依存してきまることをあらわす生産決定関数、労働が唯一の生産要素と想定しているので第二式は逆生産関数 ϕ^{-1} より決定される労働需要を表している。第三式は期待販売に依存して望ましい在庫水準 V^d が決まることを示している。このモデルの動学システムは連続時間では次式で与えられる。

$$(D)\ \begin{cases} \dot{V} = Q(V, S^e) - S(Q(V, S^e)), \\ \dot{S}^e = \Psi(V, S^e). \end{cases}$$

ここで第一式は在庫調整を、第二式は期待調整をあらわす動学方程式である。生産者の行動方程式や望ましい在庫決定方程式を如何に定式化するかによりこのモデルにおける生産量、在庫の変動が決定される。以下で、期待形成については、$\dot{S}^e = \alpha(S - S^e)$ の適応的期待か $S^e = S$ の完全予見のケースを取扱う。

第二章においては基礎分析として線形の行動方程式を想定する。

$$\begin{cases} Q(V,S^e)=S^e+(V^d-V), \\ f(S^e)=kS^e, k>0. \end{cases}$$

その結果動学システム（D）は線形となる。線形動学方程式の生みだす解の挙動は普く知られており、ここでは解析的な分析よりも、図的分析に重点をおき、各パラメータの値に応じて収束・発散の解経路を視覚的に示す。また、後半の分析で多用される。変数変換による動学方程式の正規化についても若干考察される。

第三章では生産要素がボトルネックなる場合を取り上げている。ここでは特に労働供給量不足による生産制約が動学に及ぼす影響を分析している。労働供給制約を受けない場合と受けた場合とで生産行動が異なってくるので、以下のような区分線形（非線形）の行動方程式を考える。

$$Q(V,S^e)=Max[0,Min[(1+k)S^e-V,\bar{Q}]]$$

ただし、$\phi(L)=dL$ なる収穫一定の生産関数を仮定し、$\bar{Q}=d\bar{L}$ で完全雇用生産量を示す（上式では生産の非負性も考慮に入れて定式化されている)。これを動学システム（D）に代入すれば、区分線形動学方程式が求められる。ここで興味あるのが小域的不安定なケースである。解の時間経路は均衡点から乖離していくが生産要素制約により発散しないことは直感的にも明らかであるが、限られた領域ないでいかなる挙動をするかについては必ずしも明らかでない。ある一定の条件のもとで極限循環（リミット・サイクル）に収束することが示される。

第四章では行動方程式の非線形性が大域的および小域的な動学におよぼす影響を考察する。非線形性をどのように行動方程式に導入するかによりモデルの解は異なるが、以下の 3 つのケースを考察する。

$$\begin{cases} (1) \quad V^d=f(S^e), f'(S^e)<0, f''(S^e)\neq 0, \\ (2) \quad \phi(V,S^e)=(kS^e-V)+\sigma(kS^e-V)^2+\rho(kS^e+V)^3+\ldots, \\ (3) \quad \phi(V,S^e)=\beta(S^e)(kS^e-V),\ \beta'(S^e)>0,\ \beta''(S^e)\neq 0. \end{cases}$$

(1)は望ましい在庫水準が期待販売と非線形の関係にある場合。(2)と(3)は望ましい在庫と手持ち在庫の差、$\phi(V,S^e)$、が非線形的に調整される場合を想定している。モデルの非線形性が強まるに従い(1)と(2)では均衡点が不安定化し、解軌道が極限循環へ向かうという解の均衡点近傍における分岐が解析的および図的に示され、さらに、(3)においては大域的な循環解の存在が示される。

第五章では第四章のマクロ在庫循環モデルのミクロ的な基礎を提示することを目的としている。より具体的には、第四章では(1)〜(3)の行動方程式を基本動学モデルに導入し、その影響が強まれば、収束も発散もしない循環的な変動が生ずることは示された。しかし、行動方程式の特定化がアド・ホックに行われているので、第五章では、いかなる経済条件のもとで、上記のような行動が合理的に導けるかを考察している。在庫保有はオーバー・タイムの意志決定であるので、生産者の動学的最適化による生産決定を定式化し、最適な生産決定関数を導く。この最適関数のもつ性質を使い、

小域的および大域的な在庫循環の存在とその安定性を調べ、さらに簡単な数値例により在庫変動のシミュレーションを行っている。この章の特徴は動学的最適化プロセスで連続的に改訂される期待形成にある。生産者はある時点の在庫保有量とその期首に形成した期待販売量を所与として、割引利潤を最大化する全将来期間にわたる最適生産計画を決定する。今期の計画は実現され、市場で取り引きを行う。一般的に計画値と実現値は異なるが、生産と販売との齟齬は在庫により調整される、また期待販売量と実現された販売量の齟齬は次期以降の期待の変更を引き起こす。そこで、この取り引き後にえられた在庫保有量と新たな期待販売量のもとで、企業は再び利潤最大化問題を解き、新たな最適計画を立案し、次期の取り引きを行う。このプロセスが均衡が達成されるまで繰り返される。

この章の主な分析結果は以下の4つにまとめられる。

(1) ストック調整係数を分岐パラメータとして、ホップ分岐による均衡点近傍における極限周期軌道の存在証明。

(2) 最適生産決定関数の期待販売に関する強い非線形性のもとで、ポアンカレ＝ベンディクソンの定理に援用による大域的周期軌道の存在証明。

(3) モデルを特定化してホップ分岐による周期解の安定性指数をもとめ、周期軌道の安定性の考察。具体的には、分岐がおこる際に超臨界分岐（supercritical bifurcation）により周期軌道が吸引的となる条件と臨界下分岐（subccritical bifurcation）により周期軌道が反発的となる内生的条件を明らかにした。

(4) シミュレーションにより小域的周期軌道と大域的周期軌道が同一となる場合、また、複数の周期軌道が共存する場合を数値例により確かめた。

第六章の目的は第五章と同じで、周期的在庫循環の出現に関して、利潤最大化行動をとる生産者の役割を明確にすることである。本章で察するモデル構成は基本的に第四章のものとおなじであるが、次の2点において異なる。まずここでは離散時間による動学を考える。時間単位の取り方が動学に与える影響を考察する。生産決定関数を割引利潤最大化問題の解として導き、循環解の存在証明は離散時間におけるホップ分岐定理を援用する事は前章とおなじであるが、異なる分岐パラメータを使う：ここでは適用的期待調整の調整係数を分岐パラメータとして使うが、前章では限界消費性向が使用されていた。

第七章ではカオス動学を取り扱う。適応的期待形成の調整速度を無限大とし、期待は常に実現されるという完全予見を想定する。これは第四章から六章までは、適応的期待形成の前提で動学システムの解として極限循環が求められていたが、循環的な変動は強い不規則性がなく、実際のデータより得られる不規則・非対称的な変動をうまく説明できないなどの批判に答えるために上記のようなモデルの修正を試みた。数値計算の便宜のため、生産者の生産費用関数、在庫保有に関する費用関数は二次関数、将来の収益は期末に保有される在庫保有量の一次関数と仮定する。この章の特徴は、生産者の望ましい在庫保有量の決定に関して、期待販売量の定数倍という従来の仮定をとらず、期待販売が極端に低いかあるいは高い値をとる場合と均衡近傍の平常的な値をとる場合では、望ま

しい在庫と期待販売の比率が異なるという区分線形ではあるが非線形関係を想定したことである。完全予見のもとで動学システムは一次元区分線形の差分方程式で記述される。分岐パラメータを変化させるに従い、この線形区分方程式によりうみだされる在庫変動のシミュレーションをおこなうと、安定均衡点が、不安定化し2周期、4周期のサイクル、厚みを持った4周期カオス、そして全域でのカオスへと分岐していく。さらに、パラメータを変化させると3周期の窓が現われ、ついで厚みの持った3周期カオス、全域でのカオスへ分岐する様が観察される。カオスを含む複雑な時間経路の存在が明らかにされる。

第八章では第七章で求められたカオス的変動の経済学的なインプリケーションを考察する。動学システムの解が循環的かあるいはカオス的な変動をすることは、市場において需要と供給が一致せず齟齬を在庫による調整が続けられていることを意味する。つまり市場不均衡の持続である。従来の経済学では市場不均衡は均衡収束の過渡的な状態とみなされ、持続的不均衡状態に対する分析は十分になされてこなかった。この章では生産の成長率に上限と下限を持つ線形の蜘蛛の巣モデルを用いてカオス的変動経済学的な意味合いを考察する。成長率に関する数量制約のために動学方程式は区分線形的になり、第七章の動学方程式と類似したものとなる。競争的な市場を想定すれば、線形の需要関数・供給関数はそれぞれ消費者の効用最大化行動および利潤最大化行動を具現していると考えられるので、基となる各経済主体の効用関数・利潤関数を導出可能である。区分線形の動学方程式から産み出されるカオス的変動の具体的な密度関数を求めることは可能であるので、カオスのエルゴード性を利用し、長期平均利潤と長期平均効用が計算できる。これらを均衡点でえられる均衡利潤と均衡効用と比較すると平均利潤や平均効用が均衡利潤や均衡効用よりも高く（望ましく）なりうる場合がありえることがわかる。換言すれば、「均衡状態とくらべてカオス的不均衡は必ずしも劣るものではない」というひとつの「経済学的な解釈」が成り立ち得る。

論文審査結果の要旨

本論文は、非線形動学の理論、つまり極限周期軌道及びカオスの理論を応用することによって、景気変動を分析している。本論文の基本モデルは、ケインズ型の消費関数を有する消費者と、予想販売量を考慮にいれつつ在庫を望ましい水準に調整していく企業とからなる一財不均衡経済である。動学は、在庫の変動を表す方程式と予想販売量の改定を表す方程式とから構成される。本論文中松本氏の新しい貢献を中心的に含んでいるのは5章から8章までの四つの章である。

5章において筆者は、利潤の割引現在価値を最大化するという企業の最適化行動を分析し、動学を微分方程式を用いて表わして、ホップの分岐定理を用いて局所的な安定周期軌道の存在する条件を求め、またポアンカレ＝ベンディクソンの定理を用いて、動学方程式の非線形性の度合が強い場合には大域的な極限周期軌道が存在することを証明している。6章では差分方程式によって動学を定式化しなおして極限的周期軌道の存在条件を求め、7章では、6章のモデルに短期的完全予見の

仮定を導入し、関係式を特定化してシミュレーションを行い、望ましい在庫水準に関係するパラメーターの値の変化にともなって、極限周期軌道のみならず種々のカオスが発生することを明らかにしている。8章ではクモの巣動学モデルについてカオス下の密度関数を導出し、生産者の平均利潤と消費者の平均効用とを、長期均衡点とカオス的変動下にある場合について比較し、モデルのパラメーターの値いかんによって、カオスの方が長期的均衡点よりも望ましい場合がありうることを示している。

極限周期軌道は永続的、規則的な景気循環の存在を説明し、またカオスは、一見不規則に見える景気変動の存在を単純なモデルから説明するもので、いずれも線形動学体系では分析できない経済変動の分析を可能にする。この分野の先駆的業績としてはグッドウィン、デイ、グランモン、西村＝矢野等による業績を挙げることができるが、本論文独自の貢献は、生産者の最適化行動を明示的に考慮した在庫変動モデルを用いて在庫循環を分析している点にある。景気変動の分析に新たな視点を提示しており、貴重な研究である。

よって博士論文として合格と判定する。